Турнир любителей математики памяти Заслуженного учителя РФ И. В. Чуя.

1. Три простых числа (a, b, c) таковы, что $a - b + c = \sqrt{a + b + c}$. Найдите все возможные такие тройки чисел.

2. На плоскости находится n точек, не лежащих на одной прямой. Оказалось, что все отрезки отрезки с концами в этих точках, не содержащие точек из множества внутри имеют равную длину. Найдите все возможные n, если $n \geqslant 3$

3. На стороне AC треугольника ABC выбрана точка D так, что $AB * AD = CB * CD$. Пусть середина отрезка BD - точка M. Докажите, что если $\angle AMC = 90^\circ$, то $\angle CAM + \angle BCM = \angle ACM + \angle BAM$.

4. Пусть a, b, c – натуральные числа.$X = \frac{a^{20}b^{23}}{c^{2024}}$. Чему может быть равно X, если известно, что X – рациональное число.

5. Даны положительные действительные числа x, y, z. Докажите, что если $xyz = 1$, то

$$\left(\frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{z} + \frac{z^3}{x}\right) + 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}\right) + (x + y + z) \geqslant 4(xy + yz + zx).$$

9 класс • Ярославль • 21 февраля 2024 г. •
Первая лига

Турнир любителей математики памяти Заслуженного учителя РФ И. В. Чуя.

1. Три простых числа (a, b, c) таковы, что $a - b + c = \sqrt{a + b + c}$. Найдите все возможные такие тройки чисел.

2. На плоскости находится n точек, не лежащих на одной прямой. Оказалось, что все отрезки отрезки с концами в этих точках, не содержащие точек из множества внутри имеют равную длину. Найдите все возможные n, если $n \geqslant 3$

3. На стороне AC треугольника ABC выбрана точка D так, что $AB * AD = CB * CD$. Пусть середина отрезка BD - точка M. Докажите, что если $\angle AMC = 90^\circ$, то $\angle CAM + \angle BCM = \angle ACM + \angle BAM$.

4. Пусть a, b, c – натуральные числа.$X = \frac{a^{20}b^{23}}{c^{2024}}$. Чему может быть равно X, если известно, что X – рациональное число.

5. Даны положительные действительные числа x, y, z. Докажите, что если $xyz = 1$, то

$$\left(\frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{z} + \frac{z^3}{x}\right) + 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}\right) + (x + y + z) \geqslant 4(xy + yz + zx).$$